

تمرين 1

$$g(x) = \frac{2|x|-1}{|x|-1} \quad f(x) = x^2 - x$$

1- أ- نحدد D_g

ليكن $x \in \mathbb{R}$

$$x \in D_g \text{ تكافئ } |x|-1 \neq 0$$

$$\text{تكافئ } |x| \neq 1$$

$$\text{تكافئ } x \neq 1 \text{ و } x \neq -1$$

$$\text{إذن } D_g = \mathbb{R} - \{1; -1\}$$

ب- نحسب $f(2)$ و $g(2)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g(0)$

$$g(2) = \frac{2 \times 2 - 1}{2 - 1} = 3 \quad ; \quad f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 0 \quad ; \quad g(0) = \frac{2 \times 0 - 1}{0 - 1} = 1 \quad ; \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{4}$$

2- أ- نتحقق أن لكل x من \mathbb{R} : $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

ليكن $x \in \mathbb{R}$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = x^2 - x$$

$$\text{وحيث أن } f(x) = x^2 - x \text{ فإن } f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

ب- نحدد معادلة C_f في المعلم $(A; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ و نستنتج طبيعته C_f و نعط جدول تغيرات f

$$\text{معادلة } C_f \text{ في المعلم } (O; \vec{i}; \vec{j}) \text{ هي } y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \text{ أي } y + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$Y = X^2 \text{ هي } (A; \vec{i}; \vec{j}) \text{ في المعلم } C_f \text{ تكون معادلة } A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right) \text{ و اعتبار النقطة } \begin{cases} X = x - \frac{1}{2} \\ Y = y + \frac{1}{4} \end{cases} \text{ بوضع}$$

إذن C_f شلجم رأسه $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ و محور تماثله المستقيم $(D): x = \frac{1}{2}$

جدول تغيرات f

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f			

3- أ- نبين أن g دالة زوجية

لكل $x \in \mathbb{R} - \{1; -1\}$ لدينا $-x \in \mathbb{R} - \{1; -1\}$

ليكن $x \in \mathbb{R} - \{1; -1\}$

$$g(-x) = \frac{2|-x|-1}{|-x|-1} = \frac{2|x|-1}{|x|-1} = g(x)$$

إذن g دالة زوجية

ب- نتحقق أن لكل x من $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ $g(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$

لكل x من $[0; 1[\cup]1; +\infty[$: $|x| = x$ ومنه $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

وحيث أن $g(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$ فإن $2 + \frac{1}{x-1} = \frac{2x-2+1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$

ج- على $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ نثبت أن معادلة C_g هي $Y = \frac{1}{X}$ بالنسبة للمعلم $(B; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $B(1; 2)$

في $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ معادلة C_g هي $y = 2 + \frac{1}{x-1}$ أي أن $y-2 = \frac{1}{x-1}$

بوضع $\begin{cases} X = x-1 \\ Y = y-2 \end{cases}$ و اعتبار النقطة $B(1; 2)$ تكون معادلة C_g في المعلم $(B; \vec{i}; \vec{j})$ هي $Y = \frac{1}{X}$

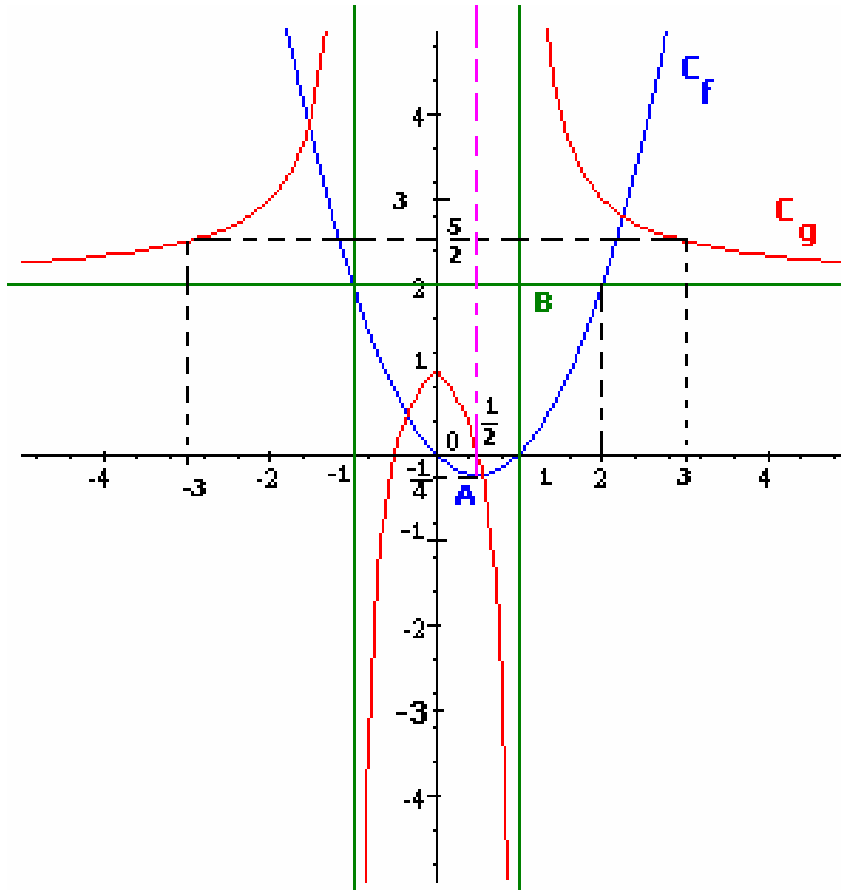
4- أ- ننشئ C_f و C_g

بما أن g زوجية فإن C_g متماثل بالنسبة لمحور الأرتاب

جزئ منحنى C_g على $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ هو جزئ من هذلول مركزه $B(1; 2)$ ومقارباة

$(\Delta_1): y = 2$ $(\Delta_2): x = 1$

C_f شلجم رأسه $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$



ب- نحدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ من خلال التمثيل المبياني نلاحظ أن C_f و C_g يتقاطعان في أربع نقط ومنه المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل أربعة حلول

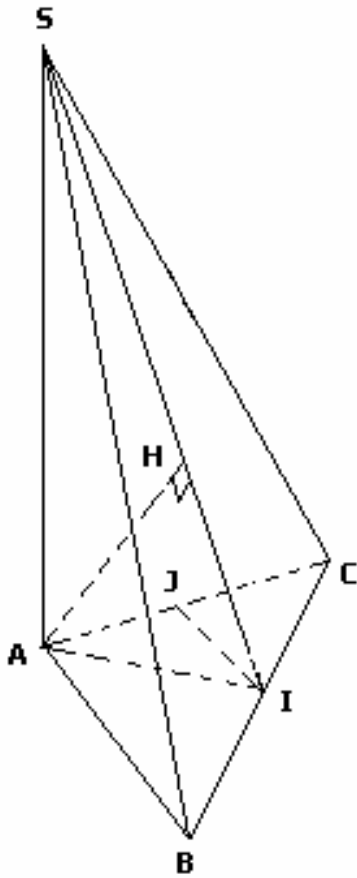
تمرين 2

- العبارة "يكون مستقيمان متعامدين في الفضاء إذا فقط إذا كان مستوائيين و يحددان زاوية قائمة" خاطئة لأنه يمكن أن يكون مستقيمان متعامدين في الفضاء دون أن يكونا مستوائيين
- العبارة " إذا كان مستقيمان متعامدين في الفضاء فكل مستقيم عمودي على أحدهما يوازي الآخر " خاطئة لأنه يمكن أن يكون مستقيمان متعامدين في الفضاء و العمودي على أحدهما لا يوازي الآخر
مثال $ABCDEFGH$ مكعب $(AB) \perp (AD)$ و $(AB) \perp (AE)$
 (AE) لا يوازي (AD)
- العبارة "يكون مستقيمان متوازيين في الفضاء إذا و فقط إذا كان منفصلين أو منطبقين" خاطئة لأنه يمكن أن يكون مستقيمان منفصلين في الفضاء دون أن يكونا متوازيين
- العبارة " إذا كان مستقيم ضمن مستوى (P) يوازي مستقيم ضمن مستوى (Q) فان $(P) \parallel (Q)$ " خاطئة لأنه لا يكفي مستقيم وحيد لتوازي مستويين يجب أن يكونا مستقيمان متقاطعين ضمن أحدهما يوازيان المستوى الآخر

تمرين 3

$SABC$ رباعي الأوجه ، ABC مثلثا متساوي الساقين في A
 (SA) عمودي على المستوى (ABC) ، I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[AC]$.
 H المسقط العمودي لـ A على (SI)

الشكل



1- نثبت أن $(IJ) \parallel (SAB)$

في المثلث ABC لدينا I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[AC]$

ومنه $(IJ) \parallel (AB)$ إذن $(IJ) \parallel (SAB)$

- 2- أثبت أن $(SAI) \perp (SBI)$ ثم استنتج أن $(SAI) \perp (BI)$
 لدينا $(SA) \perp (ABC)$ و $(BI) \subset (ABC)$ و منه $(SA) \perp (BI)$ (1)
 ABC مثلثا متساوي الساقين في A و I منتصف $[BC]$ و منه $(AI) \perp (BC)$ أي $(AI) \perp (BI)$ (2)
 من النتيجةين (1) و (2) نستنتج أن $(SAI) \perp (BI)$
 و حيث $(BI) \subset (SBI)$ فان $(SAI) \perp (SBI)$

- 3- نثبت أن $(AH) \perp (SB)$
 لدينا H المسقط العمودي لـ A على (SI) و منه $(SI) \perp (AH)$ (3)
 و $(SAI) \perp (BI)$ و $(AH) \subset (SAI)$ و من $(BI) \perp (AH)$ (4)
 من النتيجةين (3) و (4) نستنتج أن $(SBI) \perp (AH)$
 إذن $(AH) \perp (SB)$ (لأن $(SB) \subset (SBI)$)

4- نحسب حجم رباعي الأوجه $SABC$
 $SA = 4cm$ $BC = 3cm$ $AB = 5cm$

$$V = \frac{1}{3} \left(SA \times \frac{BC \times AI}{2} \right)$$

$$AI = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{BC}{2} \right)^2} = \sqrt{25 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{91}}{2} cm$$

$$V = \frac{1}{3} \left(4 \times \frac{3 \times \frac{\sqrt{91}}{2}}{2} \right) = \sqrt{91} cm^3$$