

**تصحيح فرض دجنبر 2004**  
**موقع الرياضيات الثانوي**  
**جدع مشترك علمي**

**تمرين 1**

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$$

1- نتأكد أن -2 جذر للحدودية  $P(x)$

$$P(x) = 2(-2)^3 + (-2)^2 - 8 \times (-2) - 4 = -16 + 4 + 16 - 4 = 0$$

إذن -2 جذر للحدودية  $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  حدد ثلاثية الحدود  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x+2)Q(x)$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 - 8x - 4 \\ -2x^3 - 4x^2 \\ \hline -3x^2 - 8x \\ +3x^2 + 6x \\ \hline -2x - 4 \\ +2x + 4 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+2 \\ \hline 2x^2 - 3x - 2 \end{array}$$

$$P(x) = (x+2)(2x^2 - 3x - 2) \text{ ومنه}$$

$$Q(x) = 2x^2 - 3x - 2 \text{ إذن}$$

3- نحل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times -2 = 25 \text{ ليكن } \Delta \text{ مميز المعادلة:}$$

$$\text{ومنه } x = \frac{3-5}{4} = \frac{-1}{2} \text{ أو } x = \frac{3+5}{4} = 2$$

$$\text{إذن } S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2 \right\}$$

4- أكتب  $P(x)$  على شكل جداء لحدانيات

$$P(x) = (x+2)(2x^2 - 3x - 2) \text{ لدينا}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 2 \left( x + \frac{1}{2} \right) (x - 2) = (2x+1)(x-2) \text{ فان } 2x^2 - 3x - 2 \text{ جذرا } -\frac{1}{2} \text{ و } 2 \text{ و حيث أن}$$

$$\text{إذن } P(x) = (x+2)(2x+1)(x-2)$$

**تمرين 2**

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان حيث  $a > 0$

$$(E): x \in \mathbb{R} \quad ax^2 + bx - 1 = 0$$

1- أ- نبين أن المعادلة  $(E)$  تقبل جذرين مختلفين  $x_1$  و  $x_2$  بدون حسابهما

بما أن  $a$  و -1 لهما إشارتان مختلفتان فان المعادلة  $(E)$  تقبل جذرين مختلفين  $x_1$  و  $x_2$

ب- نبين أن إشارتي  $x_1$  و  $x_2$  مختلفتان ( بدون حسابهما )

لدينا  $x_1 \times x_2 = \frac{-1}{a}$  وحيث أن  $a > 0$  فان  $x_1 \times x_2 < 0$  إذن إشارتا  $x_1$  و  $x_2$  مختلفتان

$$\text{ج- نحدد العدد } b \text{ حيث } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = 2\sqrt{3} \text{ ومنه } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2\sqrt{3}$$

وحيث أن  $x_1 \times x_2 = \frac{-1}{a}$  و  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  فإن  $\frac{-b}{-1} = 2\sqrt{3}$  إذن  $b = 2\sqrt{3}$

2- أ- نبين أن  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2}^2 + 1 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = 1+\sqrt{2}$$

ب- نحل  $2\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 = 0$  (E):  $x \in \mathbb{R}$

ليكن  $\Delta'$  المميز المختصر:  $\Delta' = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$  ومنه  $\sqrt{\Delta'} = 1 + \sqrt{2}$

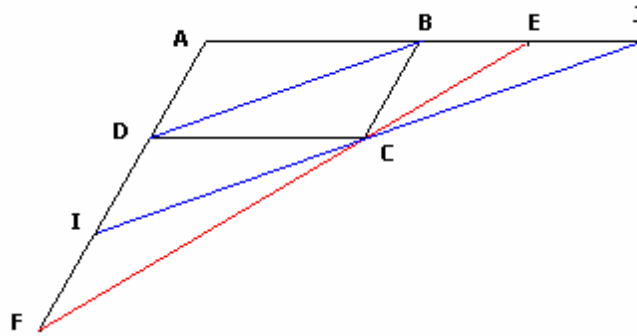
$$x = \frac{-\sqrt{3} - 1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2}{2} \text{ أو } x = \frac{-\sqrt{3} + 1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2} + 2}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2}{2}; \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2} + 2}{2} \right\} \text{ إذن}$$

### تمرين 3

$ABCD$  متوازي الأضلاع .  $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$  و  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1- الشكل



2- نبين أن  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$  و  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$

لدينا  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  ومنه  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  إذن  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

لدينا  $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$  ومنه  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = 3\overrightarrow{AD}$  إذن  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$

3- نبين أن النقط  $C$  و  $E$  و  $F$  مستقيمية.

لدينا  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$  وحيث  $ABCD$  متوازي الأضلاع فإن  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

ومنه  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$  و بالتالي  $\frac{-1}{2}\overrightarrow{CF} = -\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

وحيث أن  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$  فإن  $\overrightarrow{CE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CF}$

إذن النقط  $C$  و  $E$  و  $F$  مستقيمية.

4-  $I$  منتصف  $[DF]$  و  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BJ}$

أ- نبين أن  $C$  منتصف  $[IJ]$

$I$  منتصف  $[DF]$  ومنه  $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CF})$  ومنه  $\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CF}$

و بالتالي  $\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

وحيث  $\overline{AB} = \overline{BJ}$  فان  $\overline{CI} = \overline{JB} + \overline{BC}$  أي  $\overline{CI} = \overline{JC}$  إذن  $C$  منتصف  $[IJ]$

ب- نبين أن  $(IJ)$  و  $(BD)$  متوازيان

لدينا  $C$  منتصف  $[IJ]$  ومنه  $\overline{IJ} = 2\overline{CJ}$  و بالتالي  $\overline{IJ} = 2(\overline{CB} + \overline{BJ}) = 2(\overline{CD} + \overline{DB} + \overline{AB})$

وحيث أن  $\overline{DC} = \overline{AB}$  فان  $\overline{IJ} = 2\overline{DB}$  إذن  $(IJ)$  و  $(BD)$  متوازيان

#### تمرين 4

$$(D'): 2x - 3y + 2 = 0 \quad \text{و} \quad (D): \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

1- نحدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $A(1;2)$  و الموجه بـ  $\vec{u}(3;2)$

بما أن  $\vec{u}(3;2)$  موجهة للمستقيم  $(\Delta)$  فان معادلة  $(\Delta)$  على شكل  $2x - 3y + c = 0$

وحيث  $A(1;2) \in (\Delta)$  فان  $2 - 6 + c = 0$  أي  $c = 4$

إذن  $(\Delta): 2x - 3y + 4 = 0$

2- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D')$  و أعط نقطتين من  $(D')$ .

و  $(D'): 2x - 3y + 2 = 0$  ومنه  $(D')$  موجه بـ  $\vec{u}(3;2)$  و مار من  $B(-1;0)$

$$(D'): \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{إذن}$$

\*  $B(-1;0)$  و  $C(0; \frac{2}{3})$  نقطتان من  $(D')$

3- نبين أن  $(D')$  و  $(\Delta)$  منفصلان.

$$(D'): 2x - 3y + 2 = 0 \quad \text{و} \quad (\Delta): 2x - 3y + 4 = 0$$

$\vec{u}(3;2)$  موجهة للمستقيمين  $(D')$  و  $(\Delta)$  إذن  $(D')$  و  $(\Delta)$  متوازيان

وحيث  $B(-1;0) \in (D')$  و  $B(-1;0) \notin (\Delta)$  فان  $(D')$  و  $(\Delta)$  منفصلان.

4- نحدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$ .

$$(D): \begin{cases} 3x = -6 + 12t \\ -4y = -12t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{ومنه} \quad (D): \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

و بالتالي  $3x - 4y = -6$  إذن  $(D): 3x - 4y + 6 = 0$

5- نبين أن  $(D)$  و  $(D')$  متقاطعان و نحدد تقاطعهما

$$(D): 3x - 4y + 6 = 0 \quad \text{و} \quad (D'): 2x - 3y + 2 = 0$$

لدينا  $2 \times -4 - 3 \times -3 \neq 0$  و منه  $(D)$  و  $(D')$  متقاطعان

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x - 3y = -2 \end{cases} \quad \text{تكافئ} \quad \begin{cases} 3x - 4y + 6 = 0 \\ 2x - 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(3x - 4y) - 4(2x - 3y) = 3 \times -6 - 4 \times -2 \\ 3(2x - 3y) - 2(3x - 4y) = 3 \times -2 - 2 \times -6 \end{cases} \quad \text{تكافئ}$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ -y = 6 \end{cases} \quad \text{تكافئ}$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ y = -6 \end{cases} \quad \text{تكافئ}$$

إذن  $(D)$  و  $(D')$  يتقاطعان في النقطة  $E(-10; -6)$