بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة المغربية

وزارة التربية
الوطنية
والشباب

المباراة الوطنية في الرياضيات
الخاصة بالسنة الأولى علوم رياضية أ و ب
المرحلة الأولى

Olympiades de Mathématiques – 1ère SM – 2006

Correction du test 4

Exercice 1 :

L'inégalité des moyennes arithmétiques et géométriques donne :

$$\sqrt{x}\left(1+\frac{1}{y}\right)+\sqrt{y}\left(1+\frac{1}{x}\right) \geq 2\sqrt{\sqrt{x}\left(1+\frac{1}{y}\right)\sqrt{y}\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$= 2\sqrt{\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{y}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)}$$

$$\geq 2\sqrt{2.2} = 4 \qquad \textbf{car} \quad \left(\forall a \quad 0, a+\frac{1}{a}\geq 2\right)$$

Exercice 2 :

Soit N le nombre cherché.

On a: N = a + (a+1) + … + (a+8) = 9 (a+4)

N = b + (b+1) + … + (b+9) = 5 (2a+9)

N = c + (c+1) + … + (c+10) = 11(a+5)

Donc N est un multiple commun aux trois nombres 5, 9 et 11.Le ppcm de ces trois nombres, c'est-à-dire 495, répond aux conditions du problème.

En effet : 495 = 51 + 52 + … + 59 = 45 +46 + … + 54 = 40 + 41 + … + 50

Exercice 3 :

En prenant x = 0 et y = 1, on aura f (- f (1)) = 0 et pour y = - f (1), on obtient f (x) = (1+f (1)) – x. Posons a= 1 + f (1), en tenant compte de la propriété vérifiée par f on aura $a=\frac{1}{2}$ et la fonction $f(x)=\frac{1}{2}-x$ vérifié les conditions du problème.

Exercice 4 :

Soit G le milieu de BC et E le point tel que AGED soit un rectangle.

Posons BG = CG = a et BE = b.

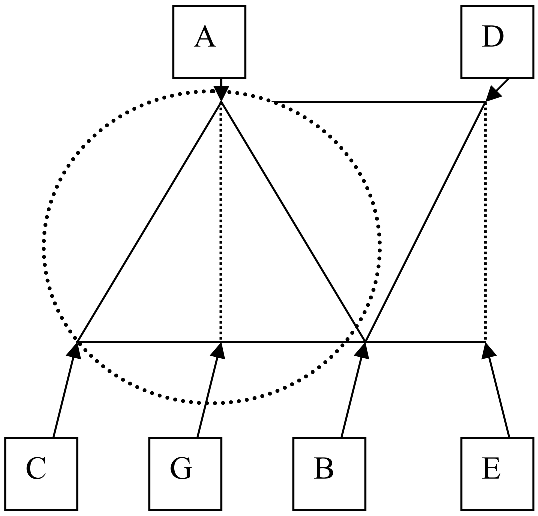
On a: BD = AD = a + b

Et $CD^2 = CE^2 + (BD^2 - BE^2)$

$= 5a^2 + 6ab + b^2$

Ainsi, $\widehat{DCB} \leq \dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow CE \geq \dfrac{\sqrt{3}}{2} CD$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$, ce qui est vrai



والله ولي التوفيق

Envoyé par : Abderrazak Tajmouti