بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والشباب

المباراة الوطنية في الرياضيات الخاصة بالسنة الأولى علوم رياضية أ و ب المرحلة الثانية

Olympiades de Mathématiques – 1ère SM – 2006

Correction du test 1

Exercice 1 :

Remarquer que

N = (n – 1) n (n + 1) (n + 2) = (n² + n - 2) (n² + n)= (n² + n – 1)² - 1

Exercice 2 :

On a : $a+b+c=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=ab+bc+ca$ **(car abc = 1)**

D'où (a - 1) (b - 1) (c - 1) = abc – ab – bc – ca + a + b + c – 1

Et par conséquent l'un des trois réels est égal à 1.

Exercice 3 :

En prenant y = 1, on aura : $f(x)f(1)=f(x)+\frac{1}{x}+1$ **Pour tout réel x. (*)**

Et en prenant x = 1, on aura (f (1)) ² - f (1) – 2 = 0, D'où f (1) = - 1 ou f (1) = 2.

Comme f (1) ≠ 1, alors (*) $\Rightarrow f(x)=\frac{1}{1-f(1)}\left(1+\frac{1}{x}\right)$

et en remplaçant f (1) par chacune de ses valeurs possible,

on trouve que seule la fonction $f(x)=x+\frac{1}{x}$ **vérifie les conditions du problème.**

Exercice 4 :

Soient N est le milieu de AB et K le milieu de AC.

On a $\widehat{FNM}=90°+\widehat{CAB}=\widehat{GKM}$ **(*) et** $MF^2=FN^2+MN^2-2FN.MN.\cos\widehat{FNM}$ **(1)**

$MG^2=GK^2+MK^2-2GK.MK.\cos\widehat{GKM}$ **(2)**

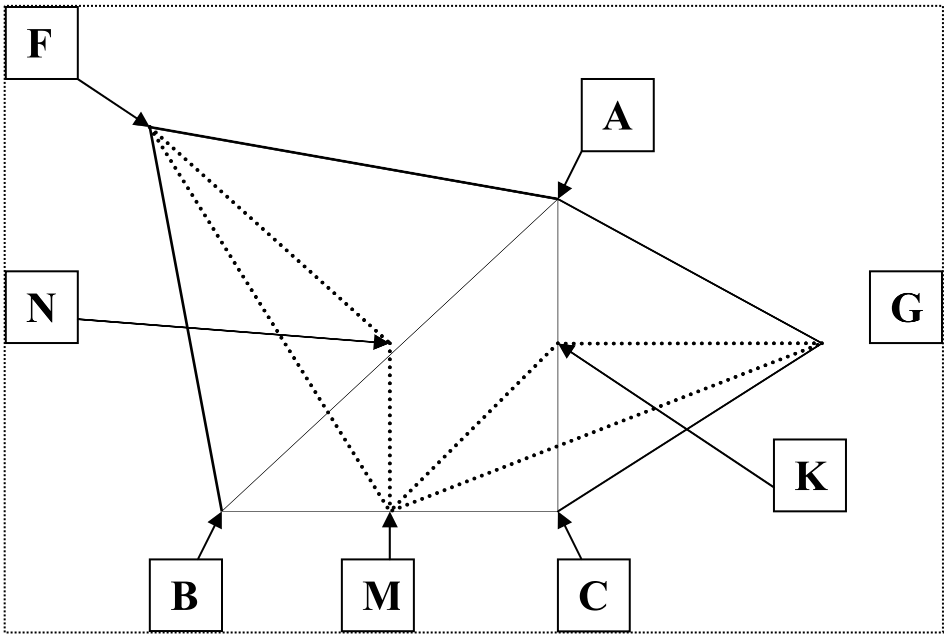
Et on a $FN=\frac{\sqrt{3}}{2}BA$, $GK=\frac{\sqrt{3}}{2}CA$ $MN=\frac{1}{2}CA$, $MK=\frac{1}{2}AB$

Donc (1) devient $121=\frac{3}{4}BA^2+\frac{1}{4}CA^2-\frac{\sqrt{3}}{2}BA.CA.\cos\widehat{FNM}$

Et (2) devient $49=\frac{3}{4}CA^2+\frac{1}{4}BA^2-\frac{\sqrt{3}}{2}CA.BA.\widehat{GKM}$

En retrachant membre à membre et compte tenu (*),

on aura : $72=\frac{1}{2}(BA^2-CA^2)=\frac{1}{2}BC^2$ **d'où BC = 12.**



والله ولي التوفيق

Envoyé par : Abderrazak Tajmouti