بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والشباب

المباراة الوطنية في الرياضيات
الخاصة بالسنة الأولى علوم رياضية أ و ب
المرحلة الأولى

Olympiades de Mathématiques – 1ère SM – 2006

Correction du test 2

Exercice 1 :

On a $\dfrac{a^2+1}{b}+\dfrac{b^2+1}{a}\geq 2\sqrt{\dfrac{a^2+1}{b}\dfrac{b^2+1}{a}}$ **et** $2\sqrt{\dfrac{a^2+1}{b}\dfrac{b^2+1}{a}}=2\sqrt{\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\left(1+\dfrac{1}{b}\right)}$

et on sait que pour tout x > 0, $x+\dfrac{1}{x}\geq 2$ **, d'où le résultat.**

Exercice 2 :

On a AY = AZ, BX = BY, CX = CW et DW = DZ.

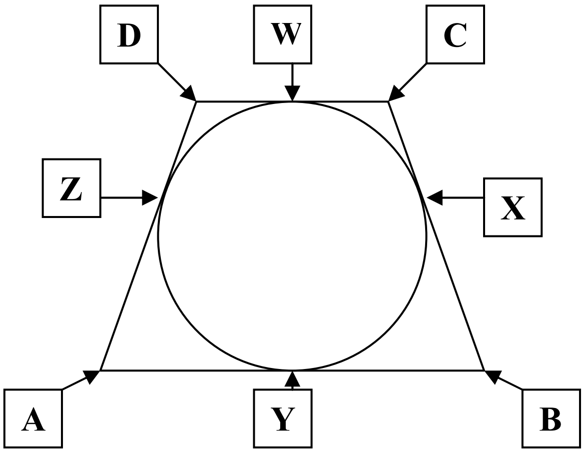
D'où : AB + CD + BC + DA

= AB + CD + BC + DA

= AB + CD + (BX + XC) + (AZ + DZ)

= AB + CD + (BY + CW) + (AY + DW)

= 218



Exercice 3 :

On remarque que pour x = 10 l'équation est vérifie.

Posons y = 10 – x.L'équation devient :

$$\sqrt{\frac{4-y}{4}}+\sqrt{\frac{3-y}{3}}+\sqrt{\frac{2-y}{2}}=\sqrt{\frac{6-y}{6}}+\sqrt{\frac{7-y}{7}}+\sqrt{\frac{8-y}{8}}$$

On a nécessairement $y\leq 2$.

Si y < 0 alors $1-\dfrac{y}{4}>1-\dfrac{y}{6}\ ,1-\dfrac{y}{3}>1-\dfrac{y}{7}\ ,1-\dfrac{y}{2}>1-\dfrac{y}{8}$

Et l'équation est imposible.

De même pour y > 0.

Donc x = 10 est la seule solution.

Exercice 4 :

Pour tout entier naturel n on a :

$f(n+1)=\dfrac{1+f(n)}{1-f(n)},\ f(n+2)=\dfrac{1+f(n+1)}{1-f(n+1)}=\ldots=-\dfrac{1}{f(n)}$ **D'où** $f(n+4)=-\dfrac{1}{f(n+2)}=f(n)$

Ainsi f (2005) = f (2001) = …= f (1) = 2

والله ولي التوفيق

Envoyé par : Abderrazak Tajmouti