بسم الله الرحمن الرحيم

تمارين أولمبياد مقترحة من طرف التلميذ عبد السلام بلعياشي

السنة الأولى من سلك البكالوريا-علوم رياضية [أ و ب]

تمرين 1:

ليكن a عددا حقيقيا معلوما.

حدد جميع الدوال f من IR نحو IR التي تحقق:

$f(0)=\frac{1}{2}$ و $f(x+y)=f(x).f(a-y)+f(y).f(a-x)$ لكل x و y من IR

تمرين 2:

حدد جميع الدوال المعرفة على $IR^*\setminus\{-1\}$ و التي تحقق العلاقة : $f(x)+f\left(\frac{1}{1-x}\right)=x$

تمرين 3:

a و b و c و d و e أعداد حقيقية :

بين أن $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2>a(b+c+d+e)$ متى يكون التساوي؟

تمرين 4:

X و Y و Z ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعا بحيث: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$

1- برهن على أن $(x-1)(y-1)(z-1)\geq 8$

2- متى يكون التساوى؟

تمرين 5:

ليكن a و b عددين حقيقين بحيث : a < b

أثبت أن : $a^3-3a-2\leq b^3-3b+2$

تمرين 6:

حدد جميع الأعداد الحقيقية x و y التي تحقق:

$$x^2+y^2+x-y+xy+1=0$$

تمرين 7:

حل في IR المعادلتين التاليتين :

(A) : $x^5+\frac{x^4}{2}-\frac{3x^3}{4}-\frac{3x^2}{8}+\frac{x}{16}+\frac{1}{32}=0$

(B) : $(x^2-5x+3)^2-5(x^2-5x+3)+3-x=0$

تمرين 8:

حل في IR^2 النظمتين التاليتين:

(A) : $\begin{cases} x^3+x^2=2 \\ x^2+y^2-y+xy=0 \end{cases}$

(B) : $\begin{cases} x^2+y^2+x^2y^2=2a^2+1 \\ xy+x+y=2a+1 \end{cases}$ حيث a عدد حقيقي معلوم

تمرين 9:

حل في IR^3 النظمة التالية:

$\begin{cases} ax+by=(x-y)^2 \\ by+cz=(y-z)^2 \\ cx+ax=(z-x)^2 \end{cases}$ حيث a و b و c أعداد حقيقية معلومة موجبة قطعا.

تمرين 10:

نعتبر الحدودية التالية: $P(x)=x^n+ax^{n-1}+ax^{n-2}+\dots\dots\dots+ax+a$ حيث a عدد حقيقي معلوم.

احسب P (1-a)

تمرين 11:

نعتبر الحدودية التالية:

$$P(x)=\frac{x^n}{n-1}+\frac{x^{n-1}}{(n-1)(n-2)}+\frac{x^{n-2}}{(n-2)(n-3)}+.......+\frac{x^3}{3\times 2}+\frac{x^2}{2\times 1}-1$$

- بين أن P (x) تقبل القسمة على x-1.

Envoyé par : Abderrazak Tajmouti
Proposés par l'élève Abdessalam belayachi