OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2007	الأولى علوم رياضية تصحيح الفرض الثاني	أولمبياد الرياضيات 2007

Exercice1 :
On a :

$$X^2 = \frac{\frac{ab}{2} + 2\sqrt{\frac{ab}{2}.8} + 8}{\frac{ab+16}{8} + \sqrt{ab}} = \frac{4ab + 32\sqrt{ab} + 64}{ab + 16 + 8\sqrt{ab}} = 4$$

Et comme X>0 ; alors X=2

Exercice 2 :
On a : $D\widehat{E}O = D\widehat{O}C$ (DEO est un triangle isocèle).
On en déduit que : $2D\widehat{E}O + E\widehat{D}O = E\widehat{D}O + O\widehat{D}B$.
Et on a $O\widehat{D}B = 2D\widehat{E}O$.
Or ODB est aussi un triangle isocèle, on a donc : 4DEO +BOD=BOA+BOD+DEO
Ainsi : $D\widehat{E}C = \frac{1}{3} B\widehat{O}A$

Exercice 3 :
On a

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} \geq 2\sqrt{\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x}} = 2y$$

$$\frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \geq 2\sqrt{\frac{yz}{x} + \frac{xz}{y}} = 2z$$

$$\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} \geq 2\sqrt{\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y}} = 2x$$

On en déduit que: $2\left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right) \geq 2(x + y + z)$
D'où le résultat cherché.

Exercice 4 :
Considérons les 79 classes contenant les personnes ayant 0,1,2,3,….et 79 ans.
Appliquons le principe des tiroirs (principe de Dirichlet) on a $79 \times 2 = 158$, donc au moins une classe contient trois éléments. D'où le résultat.