تصحيح فرض شهر أبريل 2004	الثانية سلك بكالوريا علوم تجريبية

تمرين1:

يحتوي صندوق على 7 كرات حمراء و 3 خضراء

I)- نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد

1- نحسب احتمال E "الحصول على كرات لها نفس اللون"

$$p(E)=\frac{C_3^3+C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$$

2- أحسب احتمال F " الحصول على الأقل على كرتين حمراويين"

$$p(F)=\frac{C_7^3+C_3^1\times C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{98}{120}=\frac{49}{60}$$

II)- نعتبر نردا أربعة وجوه فيه تحمل الحرف A و وجهان يحملان الحرف B. نقوم بالتجربة التالية : نرمي النرد فادا استقر على الحرف A نسحب بالتتابع و بإحلال كرتين من الصندوق و إذا استقر على الحرف B نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1- نحسب احتمال الحصول كرتين من نفس اللون

ليكن الحدث M "الحصول كرتين من نفس اللون"

الحدث A الحصول على الحرف A و الحدث B الحصول على الحرف B

$$p(M)=p(A)\times p_A(M)+p(B)\times p_B(M)$$

لدينا $p(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ و $p(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

و $p_A(M)=\frac{3^2+7^2}{10^2}=\frac{29}{50}$ و $p_B(M)=\frac{A_3^2+A_7^2}{A_{10}^2}=\frac{48}{90}=\frac{8}{15}$

$$p(M)=\frac{2}{3}\times\frac{29}{50}+\frac{1}{3}\times\frac{8}{15}=\frac{127}{225}$$

2- نحسب احتمال استقرار النرد على الوجه A علما أن الكرتين المسحوبتين مختلفتا اللون أي $p_{\bar{M}}(A)$

لدينا $p(\bar{M})=1-\frac{127}{225}=\frac{98}{225}$

$$p_{\bar{M}}(A)=\frac{p(A\cap\bar{M})}{p(\bar{M})}=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{21}{50}}{\frac{98}{225}}=\frac{63}{98}$$

تمرين2

نعتبر رباعي الأوجه منتظم 3 وجوه تحمل العدد 1 و الوجه الرابع يحمل العدد 1- .

نرمي رباعي الأوجه ثلاث مرات متتالية وفي كل مرة نسجل العدد المحصل عليه .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية بمجموع الأعداد المسجلة .

1- نحدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

$$X(\Omega)=\{-3;-1;1;3\}$$

$$p(X=-3)=\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64} \qquad p(X=-1)=C_3^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{3}{4}=\frac{9}{64}$$

$$p(X=-1)=C_3^1\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{64} \qquad p(X=3)=\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$$

x_i	-3	-1	1	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$

2- نحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

$$E(X)=-3\times\frac{1}{64}+-1\times\frac{9}{64}+1\times\frac{27}{64}+3\times\frac{27}{64}=\frac{96}{64}=\frac{3}{2}$$

تمرين3

1- نتأكد أن $\frac{1}{t}-\frac{1}{t+2}=\frac{1}{t(t+2)}$

$$\frac{1}{t}-\frac{1}{t+2}=\frac{t+2-t}{t(t+2)}=\frac{1}{t(t+2)}$$

2- نحسب $\int_1^2\frac{dt}{t(t+2)}dt$ **ثم** $\int_1^2\frac{\ln(2+t)}{t^2}dt$

$$\int_1^2\frac{1}{t(t+2)}dt=\int_1^2\frac{1}{t}-\frac{1}{t+2}dt=\left[\ln t-\ln(t+2)\right]_1^2=\ln 2-\ln 4+\ln 3=\ln\frac{3}{2}$$

نحسب $\int_1^2\frac{\ln(2+t)}{t^2}dt$

نضع $v'(x)=\frac{1}{x^2}\quad;\quad u(x)=\ln(2+x)$ **ومنه** $v(x)=-\frac{1}{x}\quad;\quad u'(x)=\frac{1}{x+2}$

$$\int_1^2\frac{\ln(2+t)}{t^2}dt=\left[-\frac{\ln(2+t)}{t}\right]_1^2-\int_1^2\frac{-1}{t(t+2)}dt=\frac{-\ln 2}{2}+\ln 3+\ln\frac{3}{2}=2\ln 3-\frac{3\ln 2}{2}$$

تمرين4

نضع $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\cos^2 xdx\quad;\quad J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\sin^2 xdx$

1- نحسب $I+J$

$$J+I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\sin^2 xdx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\cos^2 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2dx=\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi^3}{24}$$

2- نحسب $I-J$ **ثم استنتج** I **و** J

$$I-J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\cos^2 xdx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\sin^2 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)dx$$

$$I-J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\cos 2xdx=\left[x^2\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin 2xdx$$

$$I-J=\left[x^2\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\left[-x\frac{\cos 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{\cos 2x}{2}dx$$

$$I-J=\left[x^2\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\left[-x\frac{\cos 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}+\left[-\frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$I-J=\frac{-\pi}{4}$$

لدينا $I-J=\frac{-\pi}{4}$ و $I+J=\frac{\pi^3}{24}$ ومنه $I=\frac{\pi^3}{48}-\frac{\pi}{8}$ و $J=\frac{\pi^3}{48}+\frac{\pi}{8}$

تمرين5

$$f(x)=e^x\left(1-e^x\right)$$

1- نحدد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} e^x\left(1-e^x\right)=-\infty \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} e^x\left(1-e^x\right)=0$$

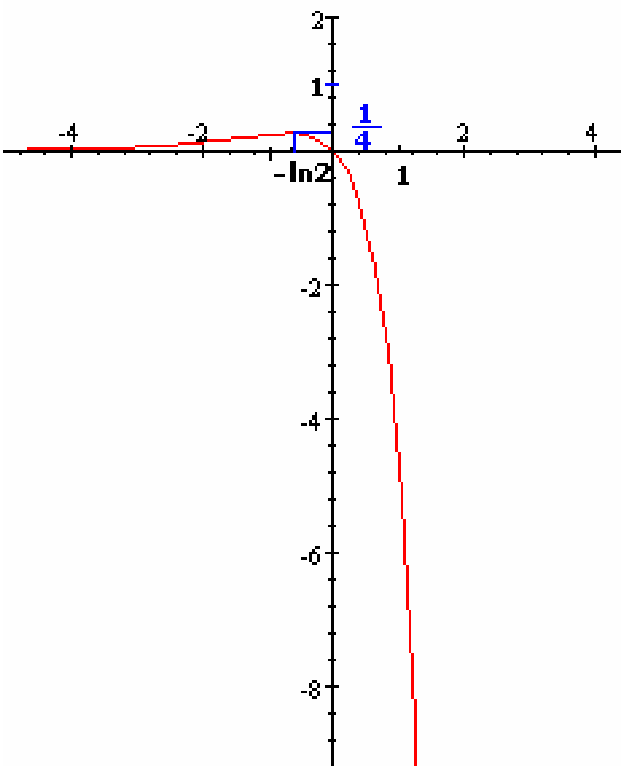
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{x}\left(1-e^x\right)=-\infty \quad ;$$

2- أنسب $f'(x)$ **و نعطي جدول تغيرات** f **و أنشئ** C_f

$$f'(x)=\left[e^x-e^{2x}\right]'=e^x-2e^{2x}=e^x\left(1-2e^x\right)$$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		+	**0**	**-**	
f	0	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	$-\infty$



3- نحدد المساحة A_k

$$A_k = \int_k^0 f(x)\,dx = \int_k^0 e^x - e^{2x}\,dx = \left[e^x - \frac{1}{2}e^{2x} \right]_k^0 = \frac{1}{2} - e^k + \frac{1}{2}e^{2k}$$

4- حدد $\lim\limits_{k \to -\infty} A_k$

$$\lim_{k \to -\infty} A_k = \lim_{k \to -\infty} \frac{1}{2} - e^k + \frac{1}{2}e^{2k} = \frac{1}{2}$$