الثانية سلك بكالوريا علوم تجريبية	تصحيح فرض شهر مارس

تمرين 1

1- نحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\qquad 2e^{2x}-3e^{x}+1\succ 0$

نضع $X=e^{x}$ ومنه المتراجحة تصبح $2X^{2}-3X+1\geq 0 \qquad X\in\left]0;+\infty\right[$

X	0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2X^{2}-3X+1$	**1**	+	**0**	-	**0**	+	

$$X\in\left]0;+\infty\right[\qquad 2X^{2}-3X+1\geq 0\Leftrightarrow 0\prec X\leq\frac{1}{2}\quad ou\quad X\geq 1$$

ومنه $e^{x}\geq 1 \quad ou \quad e^{x}\leq\frac{1}{2}$ و بالتالي $x\geq 0$ أو $x\leq -\ln 2$

اذن $\left]-\infty;-\ln 2\right]\cup\left[0;+\infty\right[$

2- نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\qquad Log_{2}\left(\sqrt{x+2}\right)+Log_{4}\left(x+3\right)=\frac{3}{2}$

$$Log_{2}\left(\sqrt{x+2}\right)+Log_{4}\left(x+3\right)=\frac{3}{2} \Leftrightarrow\begin{cases} x+2\succ 0 \quad et \quad x+3\succ \\ \dfrac{\ln(x+2)}{2\ln 2}+\dfrac{\ln(x+4)}{2\ln 2}=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x\in\left]-2;+\infty\right[\\ \ln(x+2)(x+3)=\ln 2^{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x\in\left]-2;+\infty\right[\\ (x+2)(x+3)=8\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x\in\left]-2;+\infty\right[\\ x^{2}+5x-2=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x\in\left]-2;+\infty\right[\\ x=\dfrac{-5+\sqrt{33}}{2} \quad ou \quad x=\dfrac{-5-\sqrt{33}}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-5+\sqrt{33}}{2}$$

إذن $\quad S=\left\{\dfrac{-5+\sqrt{33}}{2}\right\}$

3 - نحسب $\quad \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2x}-1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2x}-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{2x\ln x}-1}{x-1}=f'(1)$ حيث $f(x)=e^{2x\ln x}$ ومنه $f'(x)=(2\ln x+2)e^{2x\ln x}$

إذن $\lim_{x\to1}\frac{x^{2x}-1}{x-1}=f'(1)=2$

تمرين2

عدد اللقاءات هو $C_7^2=\frac{7\times6}{2!}=21$

تمرين3

n و p من $\mathbb{N}$ حيث $1\le p\le n$

أ- نبين أن $C_n^p=\frac{n}{p}C_{n-1}^{p-1}$

$$\frac{n}{p}C_{n-1}^{p-1}=\frac{n}{p}\times\frac{A_{n-1}^{P-1}}{(p-1)!}=\frac{n\times(n-1)\times.....\times(n-p+1)}{P!}=\frac{A_n^p}{P!}=C_n^p$$

ب- نستنتج قيمة $S=\sum_{p=1}^{p=n}\frac{1}{p}C_{n-1}^{p-1}$ بدلالة n

لدينا $C_n^p=\frac{n}{p}C_{n-1}^{p-1}$ ومنه $\frac{1}{n}C_n^p=\frac{1}{p}C_{n-1}^{p-1}$

و بالتالي $S=\sum_{p=1}^{p=n}\frac{1}{p}C_{n-1}^{p-1}=\sum_{p=1}^{p=n}\frac{1}{n}C_n^p$

$$S=\frac{1}{n}\sum_{p=1}^{p=n}C_n^p=\frac{1}{n}\left(-1+\sum_{p=0}^{p=n}C_n^p\right)=\frac{1}{n}\left(-1+2^n\right)$$

تمرين4

I- f المعرفة على $D=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-1}{x+1}+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

1- نحدد نهايات f عند محدات D

$$\lim_{x\to\mp\infty}f(x)=\lim_{x\to\mp\infty}\frac{-1}{x+1}+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=0$$

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{-1}{x+1}+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1^-}f(x)=\lim_{x\to-1^-}\frac{-1}{x+1}+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to-1^-}\frac{-1-(-x-1)\ln(-x-1)-(x+1)\ln(-x)}{x+1}=+\infty$$

2- a) نبين أن $f'(x)=\frac{-1}{x(x+1)^2}$ $\quad\forall x\in D$

$$\forall x\in D\quad f(x)=\frac{-1}{x+1}+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

ومنه $\forall x\in D\quad f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{\frac{-1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}$

$$f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x(x+1)}=\frac{x-x-1}{x(x+1)^2}=\frac{-1}{x(x+1)^2}$$

b) نعطي جدول تغيرات الدالة f **و نستنتج أن** $f(x)\succ 0 \quad \forall x\in D$

x	$-\infty$ **-1**	**0** $+\infty$	
$f'(x)$	+	////	-
f	**0** ↗ $+\infty$	////	$+\infty$ ↘ **0**

من الجدول نستنتج أن $f(x)\succ 0 \quad \forall x\in D$

II- الدالة العددية g **المعرفة بـ**

$$\begin{cases} g(x)=e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)} & x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;+\infty\right[\\ g(0)=1 \end{cases}$$

1- a) نحدد $\lim\limits_{x\to-1^-} g(x) \;;\; \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) \;;\; \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

*- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty} e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty} e^{\frac{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}}=e^1=e$ **لأن** $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x}=0$ **و** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$

*- $\lim\limits_{x\to-1^-} g(x)=\lim\limits_{x\to-1^-} e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-1^-} e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}=+\infty$

b) ندرس اتصال g **في 0**

$$\lim_{x\to0^+} g(x)=\lim_{x\to0^+} e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}\lim_{x\to0^+} e^{x\ln(1+x)-x\ln x}=1=g(0)$$

اذن g **متصلة على يمين 0**

2- a) نبين أن $g'(x)=f(x)\times g(x) \quad \forall x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;+\infty\right[$

$$\forall x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;+\infty\right[\quad g(x)=e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$g'(x)=\left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+x\frac{\frac{-1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}\right)e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x+1}\right)e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}=f(x)\times g(x)$$

b) أعط جدو ل تغيرات g

x	$-\infty$ **-1**	**0** $+\infty$	
$g'(x)$	+	////	+
g	e ↗ $+\infty$	////	**1** ↗ e

3- نحدد الفروع اللانهائية ثم ننشئ المنحنى C_g

لدينا $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=e$ **ومنه المستقيم ذا المعادلة** $y=e$ **مقارب لـ** C_g

لدينا $\lim_{x \to -1^-} g(x) = +\infty$ ومنه المستقيم ذا المعادلة $x=-1$ مقارب لـ C_g

الشكل