

* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الغرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.

* عند الانتهاء ضع الورقة في ملف إلى يوم إدراج التصحيح في نفس الموقع.

* يوم إدراج التصحيح في الموقع هو: 15 مارس 2005

فرض شهر مارس 2005

2 سلك بكالوريا علوم رياضيات

Moustaouli Mohamed

المدة: ساعتان

التمرين 1

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي حيث $f(x) = \frac{x^2 - x + \ln(x-1)}{(x-1)^2}$

و ليكن C_f منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1- حدد D_f ثم النهايات عند محداث D_f

2- لتكن g دالة عددية لمتغير حقيقي حيث $g(x) = 2 - x - 2\ln(x-1)$

(أ) أدرس تغيرات الدالة g و أعط جدول تغيراتها

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا هو 2

3- (أ) أدرس تغيرات f

(ب) أعط جدول قيم لدالة f ممثلا في صور الأعداد $\frac{3}{2}$; $\frac{11}{8}$; 3 ; 4 بالدالة f و قيم

مقربة لهذه الصور

(ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $\left] \frac{11}{8}; \frac{3}{2} \right[$

4- أنشئ المنحنى C_f (نقبل أن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف أفصولة محصور بين 2 و 3

ملاحظة: $\ln 2 \approx 0,69$; $\ln 3 \approx 1,09$

التمرين 2

نعتبر C_1 صندوقا يحتوي على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء.

1- نسحب خمس كرات بالتتابع و بإحلال من الصندوق C_1

أحسب احتمال الحصول على 4 كرات بيضاء بالضبط

2- نعتبر C_2 صندوقا آخر يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرتين سوداويين.

نعتبر قرصا مغشوشا أحد وجهيه يحمل العلامة C_1 و الآخر يحمل العلامة C_2 حيث احتمال

الحصول على الوجه C_1 هو $\frac{1}{3}$

" نرمي القرص على طاولة مستوية و نسحب كرتين بالتتابع و بدون إحلال من الصندوق الذي ظهرت علامته على وجه القرص"

أحسب احتمال الحصول على كرتين بيضاويين

التمرين 3

لتكن $(G; \times)$ زمرة و $H = \{a \in G / ax = xa \quad \forall x \in G\}$

بين أن $(H; \times)$ زمرة جزئية من $(G; \times)$

نعتبر المصفوفة $M_{(a;b)} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a+mb \end{pmatrix}$ و $E_m = \{M_{(a;b)} / (a;b) \in \mathbb{R}^2\}$ حيث m عدد ثابت

1- أ) بين أن E_m مستقرة بالنسبة للجمع و الضرب في مجموعة المصفوفات $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

ب) بين أن $(E_m; +; \times)$ حلقة تبادلية و واحدة

2- بين إذا كان $m \in]-2; 2[$ فإن $(E_m; +; \times)$ جسم

3- لتكن (O) مجموعة التطبيقات $f_{(a;b)}$ في الفضاء V_2 المزود بالأساس $(\vec{i}; \vec{j})$ المعرفة بما يلي:

$$\forall \vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in V_2 \quad \forall \vec{u}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \in V_2 \quad f_{(a;b)}(\vec{u}) = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = ax - by \\ y' = bx + ay \end{cases}$$

نعتبر التطبيق Ψ المعرف بما يلي :

$$\Psi: E_0 \rightarrow (O)$$

$$M_{(a;b)} \rightarrow f_{(a;b)}$$

بين أن Ψ تشاكل من $(E_0; \times)$ نحو $((O); \circ)$