

* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الفرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد
مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.
* عند الانتهاء ضع الورقة في ملف إلى يوم إدراج التصحيح في نفس الموقع.
* يوم إدراج التصحيح في الموقع هو: 20 دجنبر 2006

2 سلك بكالوريا ع ر	فرض 2 الدورة 1
--------------------	----------------

تمرين 1

لكل عدد صحيح طبيعي n نعتبر الأعداد $a_n = 4 \times 10^n - 1$ و $b_n = 2 \times 10^n - 1$

و $c_n = 2 \times 10^n + 1$

1- أ/ أحسب $b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$.

ب/ بين أن a_n و c_n قابلان للقسمة على 3

ج/ بين أن b_3 عدد أولي

د/ بين أن لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n : $b_n \times c_n = a_{2n}$ استنتج التفكيك إلى جداء عوامل أولية للعدد a_6

ه/ بين أن $\text{PGCD}(b_n; c_n) = \text{PGCD}(b_n; 2)$ و استنتج أن b_n و c_n أوليين فيما بينهما

2- نعتبر المعادلة $b_3 x + c_3 y = 1$ $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$ (E):

أ/ علل أن المعادلة (E) تقبل على الأث حل

ب/ بتطبيق خوارزمية اقليدس على العددين b_3 و c_3 حدد حلا خاصا للمعادلة (E)

ج/ حل المعادلة (E)

تمرين 2

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \frac{x}{1+x+x^2}$

لتكن (u_n) المتتالية العددية حيث $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1- أدرس تغيرات f

2- بين أن $\forall p \in \mathbb{N}^* f\left(\frac{1}{p}\right) \leq \frac{1}{p+1}$

3- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* 0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$ (يمكن الاستعانة بتغيرات f على $[0;1]$)

4- أدرس رتبة (u_n)

5- استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد $\lim u_n$

تمرين 3

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \begin{cases} x - 1 + \sqrt{x^2 + 1} & x < 0 \\ \sqrt[3]{x - \arctan x} & x \geq 0 \end{cases}$

1- أ/ بين أن $\forall x \in \mathbb{R}^+ \arctan x \leq x$

ب/ $\forall x \in \mathbb{R}^+ x - \frac{x^3}{3} \leq \arctan x \leq x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$

د/ حدد $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \arctan x}{x^3}$

ج/ أدرس قابلية f الاشتقاق في 0

ه/ أدرس تغيرات الدالة f

2- نعتبر المتتالية العددية (u_n) حيث $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n - \arctan u_n}$

أ/ بين أن (u_n) تناقصية واستنتج أن (u_n) متقاربة

ب/ استنتج $0 \leq u_n \leq \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$ وحدد $\lim u_n$