

* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الغرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.

* عند الانتهاء ضع الورقة في ملف إلى يوم إدراج التصحيح في نفس الموقع.

* يوم إدراج التصحيح في الموقع هو: 15 دجنبر 2004

فرض شهر دجنبر 2004

2 سلك بكالوريا علوم رياضيات

Moustaouli Mohamed

التمرين 1

I - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = \arcsin(x^2 - 2x) & x \in [0,1[\\ f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x^2} & x \notin [0,1[\end{cases}$$

1- أدرس اشتقاق f في 0

حدد الدالة المشتقة f' بعد تحديد حيز تعريفها

التمرين 2

لتكن f دالة عددية معرفة على $[0;1]$ بما يلي

$$f(x) = \frac{1}{4} \tan \frac{1}{x+1}$$

1- بين أن f قابلة للاشتقاق على $[0;1]$ وأن $\forall x \in [0;1] \quad |f'(x)| \leq \frac{1}{4 \cos^2 1}$

2- بين أن $f([0;1]) \subset [0;1]$

3- أ- بين أنه $\exists! \alpha \in]0;1[\quad f(\alpha) = \alpha$

ب- استنتج أن $\forall x \in]0;1[- \{\alpha\} \quad |f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{4 \cos^2 1} |x - \alpha|$

4- نعتبر المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 \in]0;1[- \{\alpha\} \\ u_{n+1} = \frac{1}{4} \tan \left(\frac{1}{u_n + 1} \right) \end{cases}$

أ- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{4 \cos^2 1} \right)^n |u_0 - \alpha|$

ب- استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.

التمرين 3

ليكن $b \in \mathbb{N}^*$ و $A = \{(x; y) \in \mathbb{Z}^2 / bx + (b+1)y = 1\}$

1- بين أن $\forall (x; y) \in \mathbb{Z}^2 \quad [(x; y) \in A \Leftrightarrow b(x-b) + (b+1)(y+b-1) = 0]$

2- حدد المجموعة A

التمرين 4

ليكن $n \in \mathbb{N}$ و $d = (n^2 + 1) \wedge (n+1)$

1- حدد العدد d حسب زوجية n

ب- بين أن $n^2 + 1$ ليس مربعا كاملا لكل n من \mathbb{N}^*

2- a و b و n أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة حيث $a \wedge b = 1$ و $a(n^2 + 1) = b^2(n+1)$

أ- بين أن $a \leq n$ و $b \leq n$ و $a \wedge b^2 = 1$

ب- بين أن $(n^2 + 1) \wedge (n+1) = 2$

ج- نضع $n+1=2q$; $n^2 + 1=2p$ بحيث $(p; q) \in \mathbb{N}^{*2}$ و $p \wedge q = 1$

بين أن $b^2 = p$; $a = q$

د- نضع $b = a+1$. أحسب a و b و n