تصحيح فرض مارس 2005
موقع الرياضيات بالثانوي

التمرين1

نحدد النهايات

$$* \lim_{x\to+\infty} \frac{7x^2+x+1}{4x^5-2x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{7x^2}{4x^5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{7}{4x^3} = 0$$

$$* \lim_{x\to-\infty} \frac{-3x^5+x^2}{x^2+3x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-3x^5}{x^2} = \lim_{x\to-\infty} -3x^3 = +\infty$$

$$* \lim_{x\to-\infty} \frac{-2x^3+3x^2+x}{3x^3+2x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-2x^3}{3x^3} = -\frac{2}{3}$$

* لدينا $\lim_{x\to2} x^2-x-2=0$ و $\lim_{x\to2} -2x+1=-3$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		+	0	-	0	+	

إذن $\lim_{x\to2^-} \frac{-2x+1}{x^2-x-2} = +\infty$; $\lim_{x\to2^+} \frac{-2x+1}{x^2-x-2} = -\infty$

$$* \lim_{x\to1} \frac{3x^2+x-4}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to1} \frac{(x-1)(3x+4)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to1} \frac{3x+4}{x-2} = -7$$

$$* \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x}-x = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+x}+x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1} = \frac{1}{2}$$

$$* \lim_{x\to0} \frac{\cos 3x-\cos x}{\sin 3x+\sin x} = \lim_{x\to0} \frac{-2\sin 2x\cdot\sin x}{2\sin 2x\cdot\cos x} = \lim_{x\to0} -\tan x = 0$$

التمرين2

$$f(x) = \frac{x\sin 2x+\cos x-1}{x^2}$$

-1 ندرس اتصال الدالة f

$D_f = \mathbb{R}^*$

الدالة $x \to x\sin 2x+\cos x-1$ متصلة في كل نقطة من $\mathbb{R}^*$ (لأن مجموع و جداء دوال متصلة تكون متصلة)

الدالة $x\to x^2$ متصلة في كل نقطة من $\mathbb{R}^*$ و $x^2\neq0$ $\forall x\in\mathbb{R}^*$

إذن f متصلة في كل نقطة من $\mathbb{R}^*$

-2 نعطي تمديدا بالاتصال للدالة f في 0

لدينا $\lim_{x\to0} f(x) = \lim_{x\to0} \frac{x\sin 2x+\cos x-1}{x^2} = \lim_{x\to0} \frac{2\sin 2x}{2x} + \frac{\cos x-1}{x^2} = 2-\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ومنه الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x\sin 2x+\cos x-1}{x^2} & ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{3}{2} & \end{cases}$$ تمديد بالاتصال للدالة f في 0

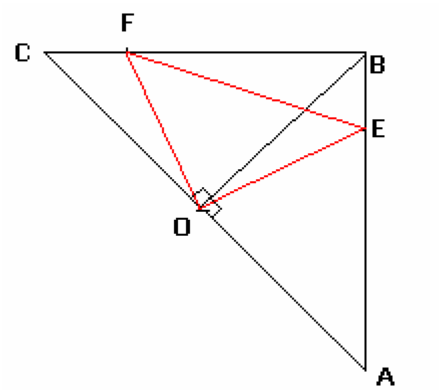
التمرين3

ABC مثلث متساوي الساقين وقائم لزاوية في B حيث $\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}\right)$ زاوية غير مباشرة.

O منتصف $[AC]$ و $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- الشكل



2- نحدد صورتي A و B بالدوران r

لدينا ABC مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في B و O منتصف $[AC]$ ومنه $(OB)\perp(AC)$

و $OA=OB=OC$

لدينا $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$ و $OA=OB$ و منه $r(A)=B$

لدينا $\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$ و $OC=OB$ و منه $r(B)=C$

3- نبين أن $E'=F$ نستنتج طبيعة المثلث OEF

$r(E)=E'$ و $r(A)=B$ و $r(B)=C$ و $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{BE'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

وحيث $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ فان $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BE'}$ إذن $E'=F$

ومنه $r(E)=F$ و حيث r دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ فان OEF مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في O