تصحيح فرض مارس 2004	الأولى سلك بكالوريا علوم تجريبية

تمرين1

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{-x}{2x^2-2} & x\in]-1;0] \\ f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x} & x\in]0;1[\end{cases}$$

1- أ- نبين أن f **متصلة في 0**

$$\lim_{x\to0^-} f(x)=\lim_{x\to0^-}\frac{-x}{2x^2-2}=0$$

$$\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{1-\cos x}{\sin x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x\times\dfrac{1-\cos x}{x^2}}{\dfrac{\sin x}{x}}=\frac{0\times\dfrac{1}{2}}{1}=0$$

و منه $\lim_{x\to0^-} f(x)=\lim_{x\to0^-} f(x)=0=f(0)$

إذن f **متصلة في 0**

ب- نبين أن $\lim_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}=\dfrac{1}{2}$

$$\lim_{x\to0^+}\frac{1-\cos x}{x\sin x}=\lim_{x\to0^+}\frac{\dfrac{1-\cos x}{x^2}}{\dfrac{\sin x}{x}}=\frac{\dfrac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2}$$

ج- أدرس اشتقاق f **في 0**

$$\lim_{x\to0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to0^-}\frac{-x}{2x^2-2}\times\frac{1}{x}=\lim_{x\to0^-}\frac{-1}{2x^2-2}=\frac{1}{2}$$

ومنه f **قابلة للاشتقاق على يسار 0 و** $f_g'(0)=\dfrac{1}{2}$

$$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to0^+}\frac{1-\cos x}{x\sin x}=\frac{1}{2}$$

ومنه f **قابلة للاشتقاق على يمين 0 و** $f_d'(0)=\dfrac{1}{2}$

وحيث أن $f_g'(0)=f_d'(0)=\dfrac{1}{2}$ **فان** f **قابلة للاشتقاق في 0 و** $f'(0)=\dfrac{1}{2}$

2- نحسب $f'(x)$ **على كل من** $]-1;0[$ و $]0;1[$

$$\forall x\in]0;1[\qquad f'(x)=\frac{(1-\cos x)'\cdot\sin x-(\sin x)'\cdot(1-\cos x)}{(\sin x)^2}$$

$$=\frac{\sin^2 x-\cos x+\cos^2 x}{(\sin x)^2}=\frac{1-\cos x}{(\sin x)^2}$$

$$\forall x\in\left]-1;0\right[\qquad f'(x)=\frac{-\left(2x^2-2\right)-4x\cdot(-x)}{\left(2x^2-2\right)^2}=\frac{-2x^2+2+4x^2}{\left(2x^2-2\right)^2}=\frac{2+2x^2}{\left(2x^2-2\right)^2}$$

تمرين2 نحدد $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}\right)^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}\right)^3-1}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)(x+1)}=\frac{3}{4}$$

* نعلم $|\sin x|\le 1$ $\forall x\in\mathbb{R}$ ومنه $\forall x\in\mathbb{R}\quad 0\le\left|\dfrac{\sin x}{x}\right|\le\left|\dfrac{1}{x}\right|$

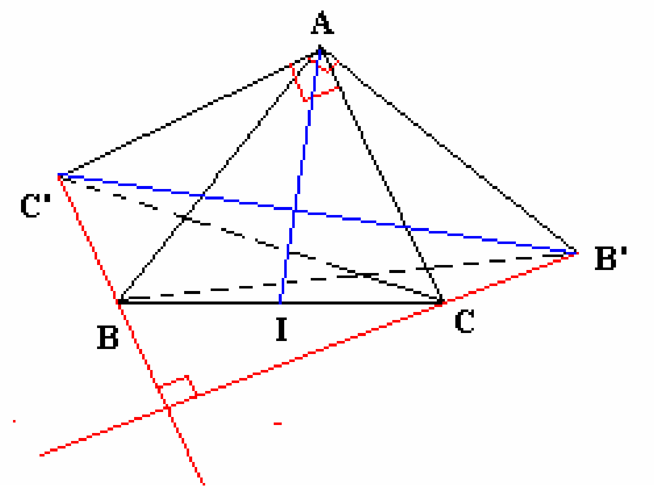
و حيث أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$ فان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$

تمرين3

ABC مثلث و I منتصف $[BC]$ و r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ،

$r(B)=B'$ و $r^{-1}(C)=C'$.

1- إنشاء الشكل



2- بين أن $(B'C)\perp(BC')$

بما أن $r=r\left(A;\dfrac{\pi}{2}\right)$ **و** $r(B)=B'$ **و** $r^{-1}(C)=C'$ **أي** $r(C')=C$

فان $\left(\overrightarrow{BC'};\overrightarrow{B'C}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}\quad[2\pi]$

3- أ) نبين أن $\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\pi\quad[2\pi]$

لدينا $r=r\left(A;\frac{\pi}{2}\right)$ و $r(B)=B'$ و $r^{-1}(C)=C'$

ومنه $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB'}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$ و $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AC'}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$

$$\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\quad[2\pi]$$

$$\equiv\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\quad[2\pi]$$

$$\equiv\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AB}\right)\quad[2\pi]$$

$$\equiv\frac{-\pi}{2}+\frac{-\pi}{2}\quad[2\pi]$$

$$\equiv-\pi\quad[2\pi]$$

اذن $\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\pi\quad[2\pi]$

ب) نبين أن $B'C'=2AI$

بما أن I **منتصف** $[BC]$ **فان** $2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

ومنه $4\overrightarrow{AI}^2=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)^2$

$$4AI^2=AB^2+AC^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$$

$$4AI^2=AB^2+AC^2+2AB\times AC\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$$

بما أن $\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\pi\quad[2\pi]$ فان $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=-\cos\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)$

لدينا $r(B)=B'$ **و** $r^{-1}(C)=C'$ **ومنه** $AB=AB'$ **و** $AC=AC'$

إذن $4AI^2=AB'^2+AC'^2-2AB'\times AC'\cos\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)$

أي أن $4AI^2=\overrightarrow{AB'}^2+\overrightarrow{AC'}^2-2\overrightarrow{AB'}\cdot\overrightarrow{AC'}$

$$4AI^2=\left(\overrightarrow{AB'}-\overrightarrow{AC'}\right)^2=\overrightarrow{C'B'}^2$$

$4AI^2=C'B'^2$ إذن $2AI=C'B'$

Moustaouli Mohamed